



Series €FGHE



Set-5

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65(B)**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 38 questions.
- **Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं । सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं ।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं ।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं ।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं ।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं ।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है ।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. फलन $\cos^{-1} x$ का प्रान्त है :

(a) $[0, \pi]$

(b) $(-1, 1)$

(c) $[-1, 1]$

(d) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*
- (ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*
- (iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

- 1.** The domain of the function $\cos^{-1} x$ is :
- (a) $[0, \pi]$
 - (b) $(-1, 1)$
 - (c) $[-1, 1]$
 - (d) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$



2. एक 3×3 आव्यूह $A = [a_{ij}]$, जिसके अवयव $a_{ij} = \frac{1}{2} |-3i + j|$ द्वारा प्रदत्त हैं, का अवयव a_{31} है :

- (a) -4 (b) 5
(c) 4 (d) 8

3. यदि $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$ है, तो $2x - y$ बराबर है :

- (a) 3 (b) 13
(c) -3 (d) 0

4. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} बराबर है :

- (a) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$
(c) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

5. सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$ में, M_{23} है :

(जहाँ M_{ij} , अवयव a_{ij} के उपसारणिक को दर्शाता है)

- (a) 7 (b) -13
(c) 13 (d) -7

6. यदि $y = \sec(\tan^{-1} x)$ है, तो $x = 1$ पर $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) 1 (d) $\frac{1}{2}$



2. In a 3×3 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by

$$a_{ij} = \frac{1}{2} |-3i + j|, \text{ the element } a_{31} \text{ is :}$$

- (a) -4 (b) 5
(c) 4 (d) 8

3. If $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$, then $2x - y$ is equal to :

- (a) 3 (b) 13
(c) -3 (d) 0

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, then A^{-1} is given by :

- (a) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$
(c) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

5. In the determinant $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$, M_{23} is :

(where M_{ij} denotes the minor of element a_{ij})

- (a) 7 (b) -13
(c) 13 (d) -7

6. If $y = \sec(\tan^{-1} x)$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$ is equal to :

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) 1 (d) $\frac{1}{2}$



7. k का वह मान, जिसके लिए $f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{यदि } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 5, & \text{यदि } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

द्वारा प्रदत्त फलन f , $x = \frac{\pi}{2}$ पर संतत है, है

- (a) 6 (b) 5
(c) $\frac{5}{2}$ (d) 10

8. $\int \frac{dx}{\sin^2 2x \cdot \cos^2 2x}$ बराबर है :

- (a) $\frac{1}{2} [\tan 2x + \cot 2x] + C$ (b) $\tan 2x - \cot 2x + C$
(c) $\frac{1}{2} [\tan 2x - \cot 2x] + C$ (d) $\frac{1}{2} [\cot 2x - \tan 2x] + C$

9. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin^3 x \, dx$ बराबर है :

- (a) $2 \int_0^{\pi/4} \sin^3 x \, dx$ (b) 0
(c) 1 (d) $\int_0^{\pi/4} \sin^3 x \, dx$

10. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ का व्यापक हल है :

- (a) $e^x + e^y = C$ (b) $e^x - e^{-y} = C$
(c) $-e^x - e^y = C$ (d) $e^x - e^y = C$



7. The value of k for which the function f given by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 5, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ is continuous at } x = \frac{\pi}{2}, \text{ is :}$$

- (a) 6 (b) 5
(c) $\frac{5}{2}$ (d) 10

8. $\int \frac{dx}{\sin^2 2x \cdot \cos^2 2x}$ equals :

- (a) $\frac{1}{2} [\tan 2x + \cot 2x] + C$ (b) $\tan 2x - \cot 2x + C$
(c) $\frac{1}{2} [\tan 2x - \cot 2x] + C$ (d) $\frac{1}{2} [\cot 2x - \tan 2x] + C$

9. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin^3 x \, dx$ equals :

- (a) $2 \int_0^{\pi/4} \sin^3 x \, dx$ (b) 0
(c) 1 (d) $\int_0^{\pi/4} \sin^3 x \, dx$

10. The general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ is :

- (a) $e^x + e^y = C$ (b) $e^x - e^{-y} = C$
(c) $-e^x - e^y = C$ (d) $e^x - e^y = C$



11. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 3x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 = \log x$, की कोटि तथा घात का

योगफल है :

- (a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 4

12. माना \vec{a} तथा \vec{b} दो मात्रक सदिश हैं, जिनके बीच का कोण θ है। $\vec{a} + \vec{b}$ एक मात्रक सदिश है, यदि :

- (a) $\theta = \frac{\pi}{3}$ (b) $\theta = \frac{\pi}{4}$
(c) $\theta = \frac{\pi}{2}$ (d) $\theta = \frac{2\pi}{3}$

13. यदि $(2\hat{i} + 6\hat{j} - 22\hat{k}) \times (\hat{i} + \lambda\hat{j} + \mu\hat{k}) = \vec{0}$ है, तो $\lambda - \mu$ बराबर है :

- (a) -8 (b) -14
(c) 14 (d) 8

14. यदि दो बिंदुओं A तथा B के स्थिति सदिश क्रमशः $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $-\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ हैं, तो सदिश \vec{BA} के दिक् कोसाइन हैं :

- (a) $\frac{2}{6}, -\frac{4}{6}, -\frac{4}{6}$ (b) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}}$ (d) $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

15. λ का वह मान, जिसके लिए रेखाएँ $\frac{x-5}{7} = \frac{2-y}{5} = \frac{z}{1}$ तथा $\frac{x}{1} = \frac{2y-1}{\lambda} = \frac{z}{3}$ परस्पर लंबवत् हैं, है :

- (a) 2 (b) 4
(c) -4 (d) -2



11. The sum of the order and the degree of the differential

$$\text{equation } \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 3x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 = \log x, \text{ is :}$$

- (a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 4

12. Let \vec{a} and \vec{b} be two unit vectors and θ is the angle between them. $\vec{a} + \vec{b}$ is a unit vector, if :

- (a) $\theta = \frac{\pi}{3}$ (b) $\theta = \frac{\pi}{4}$
(c) $\theta = \frac{\pi}{2}$ (d) $\theta = \frac{2\pi}{3}$

13. If $(2\hat{i} + 6\hat{j} - 22\hat{k}) \times (\hat{i} + \lambda\hat{j} + \mu\hat{k}) = \vec{0}$, then $\lambda - \mu$ is equal to :

- (a) -8 (b) -14
(c) 14 (d) 8

14. If the position vectors of two points A and B are $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $-\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ respectively, then the direction cosines of the vector \vec{BA} are :

- (a) $\frac{2}{6}, -\frac{4}{6}, -\frac{4}{6}$ (b) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}}$ (d) $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

15. The value of λ for which the lines $\frac{x-5}{7} = \frac{2-y}{5} = \frac{z}{1}$ and

$$\frac{x}{1} = \frac{2y-1}{\lambda} = \frac{z}{3} \text{ are at right angles, is :}$$

- (a) 2 (b) 4
(c) -4 (d) -2



16. असमिका $2x + y \geq 5$ का हल समुच्चय है :

- (a) वह अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु है ।
- (b) वह खुला अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु नहीं है तथा रेखा $2x + y = 5$ पर स्थित बिंदु सम्मिलित नहीं हैं ।
- (c) रेखा $2x + y = 5$ पर स्थित बिंदुओं को छोड़कर शेष सम्पूर्ण xy -तल ।
- (d) वह खुला तल जिसमें मूल-बिंदु नहीं है, परन्तु जिस पर रेखा $2x + y = 5$ के सभी बिंदु हैं ।

17. व्यवरोधों $x \leq 20$, $y \geq 10$ तथा $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अंतर्गत, $z = 3x + 8y$ का न्यूनतम मान है :

- (a) 80
- (b) 140
- (c) 0
- (d) 60

18. A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ होंगी, यदि :

- (a) A तथा B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हों
- (b) $P(A) = P(B)$ हों
- (c) $P(A \cap B) = [1 - P(A)] [1 - P(B)]$ हों
- (d) $P(A) + P(B) = 1$ हों

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए ।

- (a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।
- (b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है ।
- (c) अभिकथन (A) सही है और तर्क (R) ग़लत है ।
- (d) अभिकथन (A) ग़लत है और तर्क (R) सही है ।



16. The solution set of the inequation $2x + y \geq 5$ is :
- (a) half plane that contains the origin
 - (b) open half plane not containing the origin and not containing the points on the line $2x + y = 5$.
 - (c) whole xy -plane except the points lying on the line $2x + y = 5$.
 - (d) open half plane not containing the origin, but containing the points on the line $2x + y = 5$.
17. The minimum value of $z = 3x + 8y$ subject to the constraints $x \leq 20$, $y \geq 10$ and $x \geq 0$, $y \geq 0$ is :
- (a) 80
 - (b) 140
 - (c) 0
 - (d) 60
18. Two events A and B will be independent, if :
- (a) A and B are mutually exclusive
 - (b) $P(A) = P(B)$
 - (c) $P(A'B') = [1 - P(A)] [1 - P(B)]$
 - (d) $P(A) + P(B) = 1$

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.
- (d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.



19. अभिकथन (A) : आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \\ -5 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ एक विषम-सममित आव्यूह है ।

तर्क (R) : यदि $A' = -A$ है, तो A एक विषम-सममित आव्यूह है ।

20. अभिकथन (A) : बिंदुओं A(-1, 0, 2) तथा B(3, 4, 6) से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण $\vec{r} = -\hat{i} + 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ है ।

तर्क (R) : स्थिति सदिश \vec{a} वाले बिंदु से होकर जाने वाली तथा सदिश \vec{b} के समांतर, रेखा का समीकरण $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$ है ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. (क) $\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच कीजिए ।

22. यदि $\cos y = x \cos(a + y)$ है, तथा $\cos a \neq \pm 1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$.

23. सदिश $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ का सदिश $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए ।



19. Assertion (A) : Matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \\ -5 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ is a skew-symmetric matrix.

Reason (R) : If $A' = -A$, then A is a skew-symmetric matrix.

20. Assertion (A) : The vector equation of a line passing through the points A(-1, 0, 2) and B(3, 4, 6) is $\vec{r} = -\hat{i} + 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$.

Reason (R) : The equation of a line passing through a point with position vector \vec{a} and parallel to a vector \vec{b} , is $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find the value of $\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1} (-2)$.

OR

(b) Check the injectivity and surjectivity of the function $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, given by $f(x) = x^3$.

22. If $\cos y = x \cos (a + y)$, and $\cos a \neq \pm 1$, prove that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 (a + y)}{\sin a}.$$

23. Find the projection of the vector $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ on the vector $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$.



24. (क) समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाएँ AB तथा AD क्रमशः सदिशों $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं। इसके विकर्ण \vec{AC} के समांतर, मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (ख) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k})$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k})$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

25. वायु के एक बुलबुले की त्रिज्या 0.5 cm/s की दर से बढ़ रही है। जब त्रिज्या 1.5 सेमी है, तो बुलबुले का पृष्ठीय क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ?

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{1 + \cot x}$$

27. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{\pi/2}^{\pi} e^x \left(\frac{1 - \sin x}{1 - \cos x} \right) dx$$

अथवा

- (ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx$$



24. (a) In a parallelogram ABCD, the sides AB and AD are represented by the vectors $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ respectively. Find the unit vector parallel to its diagonal \vec{AC} .

OR

- (b) Find the angle between the pair of lines given by

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}).$$

25. The radius of an air bubble is increasing at the rate of 0.5 cm/s. At what rate is the surface area of the bubble increasing when the radius is 1.5 cm ?

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Find :

$$\int \frac{dx}{1 + \cot x}$$

27. (a) Evaluate :

$$\int_{\pi/2}^{\pi} e^x \left(\frac{1 - \sin x}{1 - \cos x} \right) dx$$

OR

- (b) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx$$



28. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx$$

29. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x$, ($x \neq 0$) का विशिष्ट

हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y = 0$ है, जब $x = \frac{\pi}{2}$ है ।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$ को हल कीजिए ।

30. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के उद्देश्य फलन $z = 4x + 3y$ का कुछ व्यवरोधों के अंतर्गत अधिकतमीकरण तथा न्यूनतमीकरण करना है । इसके सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिंदु $A(0, 700)$, $B(100, 700)$, $C(200, 600)$ तथा $D(400, 200)$ हैं । वह बिंदु ज्ञात कीजिए जहाँ z का मान अधिकतम है तथा वह बिन्दु जहाँ z का मान न्यूनतम है । z के संगत अधिकतम तथा न्यूनतम मान भी ज्ञात कीजिए ।

31. (क) एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 5 में से 3 बार सत्य बोलता है । वह एक विभिन्न सिक्कों के युग्म को उछालता है और बतलाता है कि दोनों सिक्कों पर चित आया है । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दोनों सिक्कों पर वास्तव में चित ही आए हैं ।

अथवा

(ख) 10 बल्बों के एक ढेर से, जिसमें 2 बल्ब खराब हैं, 2 बल्बों का एक नमूना (sample) यादृच्छया बिना प्रतिस्थापना के निकाला जाता है । खराब बल्बों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । अतः माध्य ज्ञात कीजिए ।



28. Find :

$$\int \frac{x}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx$$

29. (a) Find a particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x$, ($x \neq 0$), given that $y = 0$ when $x = \frac{\pi}{2}$.

OR

- (b) Solve the differential equation $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$.
30. The objective function $z = 4x + 3y$ of a linear programming problem under some constraints is to be maximized and minimized. The corner points of the feasible region are $A(0, 700)$, $B(100, 700)$, $C(200, 600)$ and $D(400, 200)$. Find the point at which z is maximum and the point at which z is minimum. Also, find the corresponding maximum and minimum values of z .
31. (a) A man is known to speak the truth 3 out of 5 times. He throws a pair of different coins and reports that he got a pair of heads. Find the probability that a pair of heads actually occurs.

OR

- (b) From a lot of 10 bulbs which includes 2 defectives, a sample of 2 bulbs is drawn at random without replacement. Find the probability distribution of the number of defective bulbs. Hence, find the mean.



खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (क) समुच्चय $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ में परिभाषित एक संबंध $R = \{(x, y) : |x - y|, 2 \text{ से भाज्य है}\}$ द्वारा प्रदत्त है। R को रोस्टर रूप में लिखिए और सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है। अवयव 7 से संबंधित सभी अवयव भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (ख) माना $A = \mathbb{R} - \{3\}$ तथा $B = \mathbb{R} - \{1\}$ दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि $f : A \rightarrow B$ द्वारा प्रदत्त फलन $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3}\right)$ आच्छादक है। क्या यह फलन f एकैकी भी है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

33. आव्यूहों के प्रयोग से निम्न रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x - y + 2z = 7 ; 3x + 4y - 5z = -5 ; 2x - y + 3z = 12$$

34. समाकलन के प्रयोग से वक्र $y = \sqrt{x}$, रेखा $x = 2y + 3$ तथा x -अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

35. (क) रेखाएँ, जिनके सदिश समीकरण नीचे दिए गए हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(-2\hat{i} + 3\hat{j} + 8\hat{k})$$

अथवा

- (ख) बिंदु $(2, 3, -8)$ से रेखा $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{3}$ पर खींचे गए लंब का पाद ज्ञात कीजिए। दी गई रेखा तथा दिए गए बिंदु के बीच की लंब दूरी भी ज्ञात कीजिए।



SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

- 32.** (a) A relation R in the set $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ is given by $R = \{(x, y) : |x - y| \text{ is divisible by } 2\}$. Write R in roster form and prove that R is an equivalence relation. Also, find the elements related to element 7.

OR

- (b) Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$ be two sets. Prove that the function $f : A \rightarrow B$ given by $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3}\right)$ is onto. Is the function f one-one? Justify your answer.
- 33.** Using matrices, solve the following system of linear equations :
- $$x - y + 2z = 7 ; 3x + 4y - 5z = -5 ; 2x - y + 3z = 12$$
- 34.** Find the area of the region bounded by the curve $y = \sqrt{x}$, the line $x = 2y + 3$ and the x -axis, using integration.
- 35.** (a) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are :

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ and}$$
$$\vec{r} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(-2\hat{i} + 3\hat{j} + 8\hat{k})$$

OR

- (b) Find the foot of the perpendicular drawn from the point $(2, 3, -8)$ to the line $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{3}$. Also, find the perpendicular distance of the given line from the given point.



खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. वायु पम्प की सहायता से एक गुब्बारे को फुलाया जाता है तथा यह गोलाकार रहता है । इसकी त्रिज्या, पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा इसमें वायु का आयतन बढ़ रहे हैं ।

उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) जब उसमें वायु भरते हैं, तो क्या गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या, पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन समान दर से बढ़ रहे हैं या भिन्न-भिन्न दरों से बढ़ते हैं ? 1
- (ii) किसी समय 't' पर, गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) तथा आयतन (V) को, त्रिज्या 'r' के पदों में अभिव्यक्त कीजिए । 1
- (iii) (क) यदि त्रिज्या (r) के बढ़ने की दर 2 सेमी/सै. है, तो जब त्रिज्या 6 सेमी है, तो गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए । 2

अथवा

- (iii) (ख) यदि त्रिज्या (r) के बढ़ने की दर 2 सेमी/सै. है, तो जब त्रिज्या 6 सेमी है, तो गोलाकार गुब्बारे के आयतन (V) के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए । 2



SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. A balloon is being inflated with the help of an air pump, and it remains spherical. Its radius, the surface area and the volume of air in it are all increasing.

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Are the quantities : radius, surface area and volume of the spherical balloon changing at the same rate or different rates, when air is filled in it ? 1
- (ii) Write the expressions for the surface area (S) and the volume (V) of the balloon at any time 't' in terms of radius 'r' at that instant. 1
- (iii) (a) At the instant when the radius of the balloon is 6 cm and the radius (r) is increasing at the rate of 2 cm/s, find at what rate the surface area (S) of the balloon is increasing. 2

OR

- (iii) (b) At the instant when the radius of the balloon is 6 cm and the radius (r) is increasing at the rate of 2 cm/s, find at what rate the volume (V) of the spherical balloon is increasing. 2



प्रकरण अध्ययन - 2

37. शत्रु का एक लड़ाकू विमान परवलयिक पथ $4y = x^2$ पर उड़ रहा है। एक सैनिक बिंदु $(0, 5)$ के स्थान पर स्थित है तथा विमान को उस समय गोली मारने के लिए निशाना साधता है जब वह उससे न्यूनतम दूरी पर हो।

उपर्युक्त के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) माना किसी समय पर विमान की स्थिति बिंदु (x, y) पर है। विमान तथा सैनिक के बीच की दूरी को फलन $f(x)$ के रूप में व्यक्त कीजिए। 1
- (ii) $S = [f(x)]^2$ को लेकर $\frac{dS}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) सैनिक के विमान को गोली मारने की स्थिति में विमान की स्थिति क्या होगी ? 2

अथवा

- (iii) (ख) सैनिक के विमान को गोली मारने की स्थिति में विमान तथा सैनिक के बीच की दूरी क्या होगी ? 2

प्रकरण अध्ययन - 3

38. निम्न परिच्छेद को पढ़कर नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

दस कार्डों, जिन पर 1 से 10 संख्याएँ लिखी हैं, को एक बक्से में डालकर अच्छी प्रकार से मिलाया है। अब इस बक्से में से यादृच्छया एक कार्ड निकाला जाता है।

उपर्युक्त के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) निकाले गए कार्ड पर अंकित संख्या 4 से अधिक होने की प्रायिकता क्या है ? 2
- (ii) यदि यह दिया है कि निकाले गए कार्ड पर अंकित संख्या 4 से अधिक आई है, तो इस संख्या के एक सम संख्या होने की प्रायिकता क्या है ? 2



Case Study – 2

37. A fighter-jet of the enemy is flying along the parabolic path $4y = x^2$. A soldier is located at the point $(0, 5)$ and is aiming to shoot down the jet when it is nearest to him.

Based on the above, answer the following questions :

- (i) Let (x, y) be the position of the jet at any instant. Express the distance between the soldier and the jet as the function $f(x)$. 1
- (ii) Taking $S = [f(x)]^2$, find $\frac{dS}{dx}$. 1
- (iii) (a) What will be the position of the jet when the soldier shoots it down ? 2

OR

- (iii) (b) What will be the distance between the soldier and the jet at the instant when he shoots it down ? 2

Case Study – 3

38. Read the following passage and answer the questions given below :

There are ten cards numbered 1 to 10 and they are placed in a box and then mixed up thoroughly. Then one card is drawn at random from the box.

Based on the above, answer the following questions :

- (i) What is the probability that the number on the drawn card is greater than 4 ? 2
- (ii) If it is known that the number on the drawn card is greater than 4, then what is the probability that it is an even number ? 2